

BREVET DE TECHNICIEN SUPERIEUR
CONSTRUCTIONS MÉTALLIQUES
SESSION 2018

E4 : ANALYSE ET CALCUL DES STRUCTURES

U 4.1 Mécanique
Durée : 4h – Coefficient : 3

ÉLÉMENTS INDICATIFS DE CORRIGÉ

EXAMEN : BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR	CODE ÉPREUVE : CMMECA bis	SESSION 2018
SPÉCIALITÉ : CONSTRUCTIONS MÉTALLIQUES	ÉPREUVE : U4.1 Mécanique	Page 1/9

Partie 1 : Étude de l'auvent

Question 1

Nombre d'inconnues externes : $2+1 = 3$

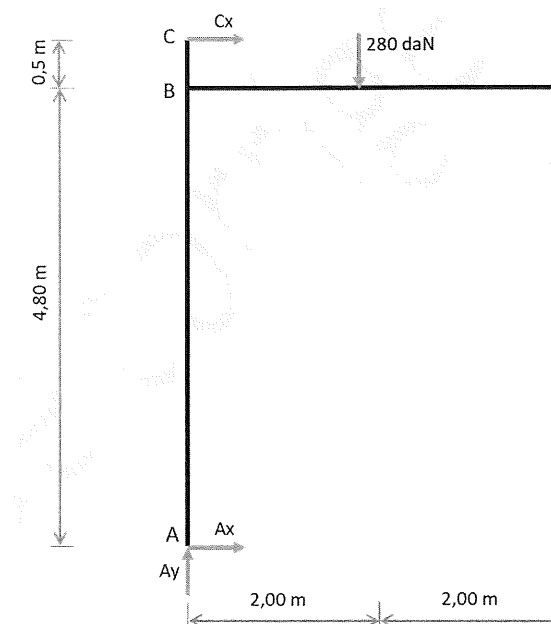
Nombre d'inconnues internes : $2 \times 3 = 6$

Donc 9 inconnues en tout

Nombre d'équations : 3 barres \times 3 = 9 équations

Donc le degré d'hyperstaticité est : $d = 9-9 = 0$ le système est isostatique

Question 2



Moments par rapport à A : $-280 \times 2 - 5.3 \times C_x = 0$

$$\text{donc } C_x = \frac{280 \times 2}{-5.3} = -106 \text{ daN}$$

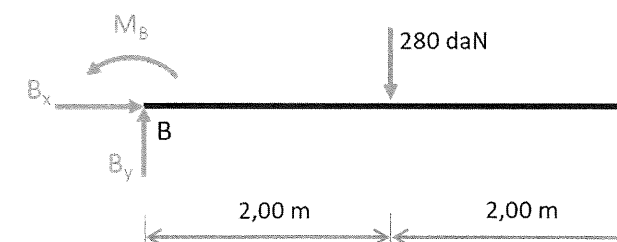
Forces sur X :

$$A_x - 106 = 0 \text{ donc } A_x = 106 \text{ daN}$$

Forces sur y :

$$-280 + A_y = 0 \text{ donc } A_y = 280 \text{ daN}$$

Question 3



Nous isolons la traverse BD

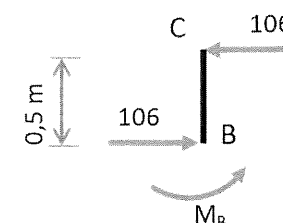
$$B_x = 0$$

$$B_y = 280 \text{ daN}$$

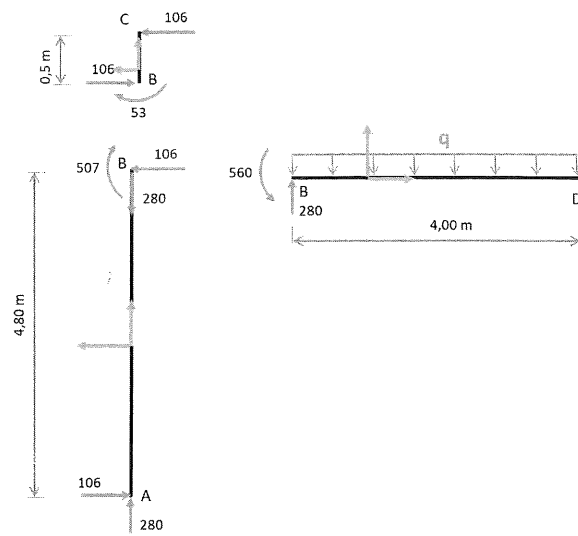
Moments par rapport à B : $-280 \times 2 + M_B = 0$

$$\text{Donc } M_B = 560 \text{ daN.m}$$

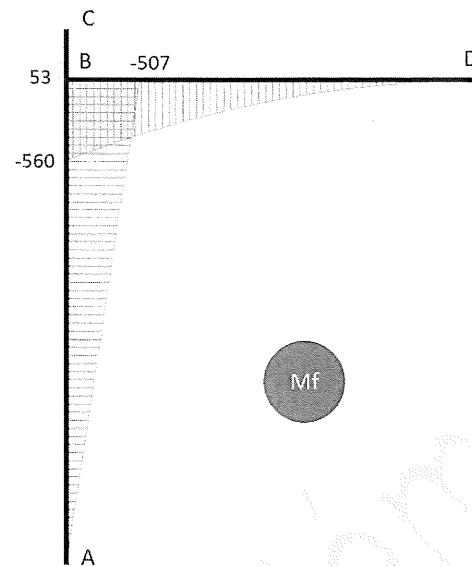
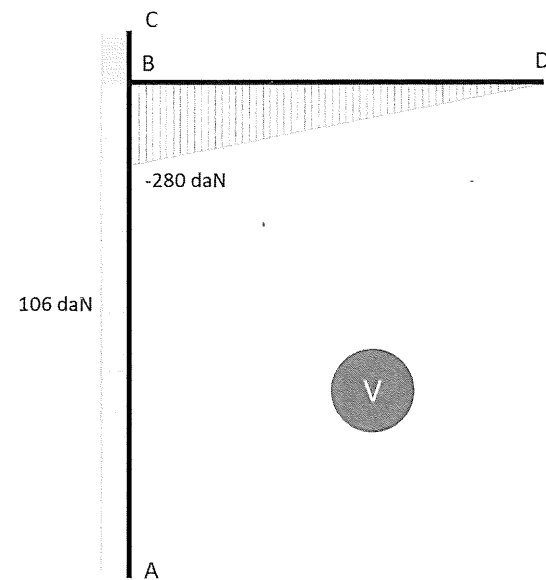
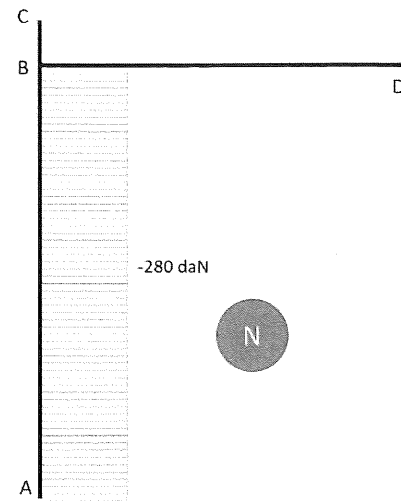
Nous isolons l'élément BC



Moments par rapport à B : $-106 \times 0.5 + M_B = 0$
donc $M_B = 53 \text{ daN.m}$

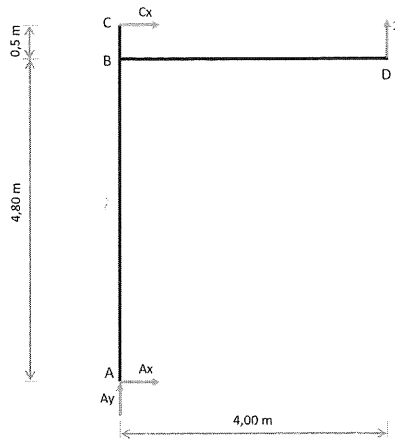


Bilan



Question 4

Pour calculer la flèche au point D, nous appliquons une force unitaire au point D, afin de tracer le diagramme des moments fléchissant et calculer sa valeur à l'aide des intégrales de Mohr.



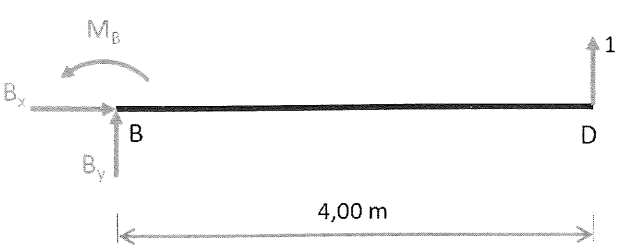
Moments par rapport à A: $4 \times 1 - 5.3 \times C_x = 0$

donc $C_x = \frac{-4}{-5.3} = 0.75$

Forces sur X : $A_x + 0.75 = 0$ donc $A_x = -0.75$

Forces sur y : $A_y + 1 = 0$ donc $A_y = -1$

Nous isolons la traverse BD



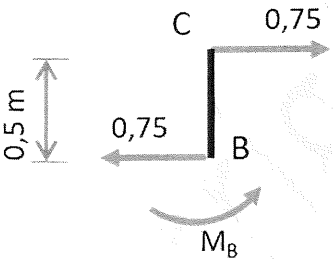
$B_x = 0$

$B_y = -1$

Moments par rapport à B : $1 \times 4 + M_B = 0$

Donc $M_B = -4$

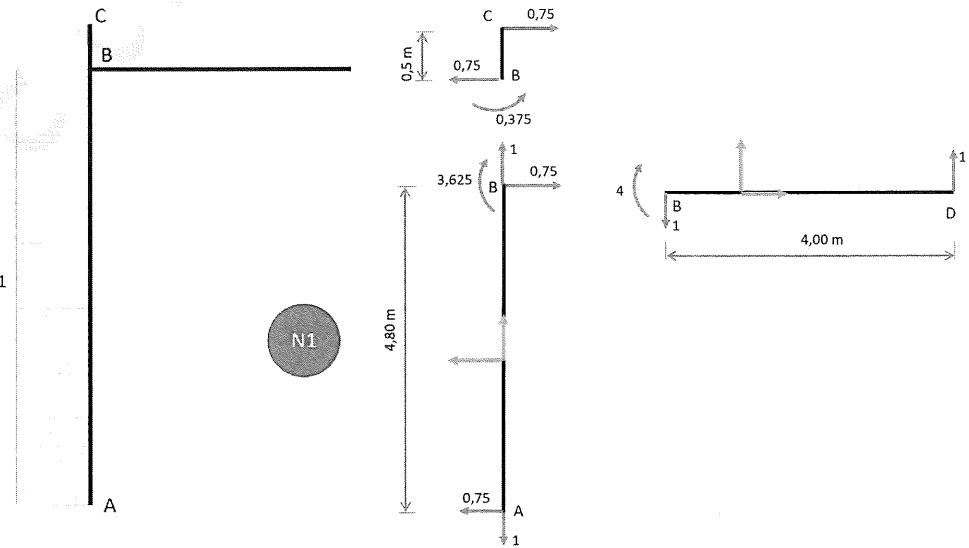
Nous isolons l'élément BC

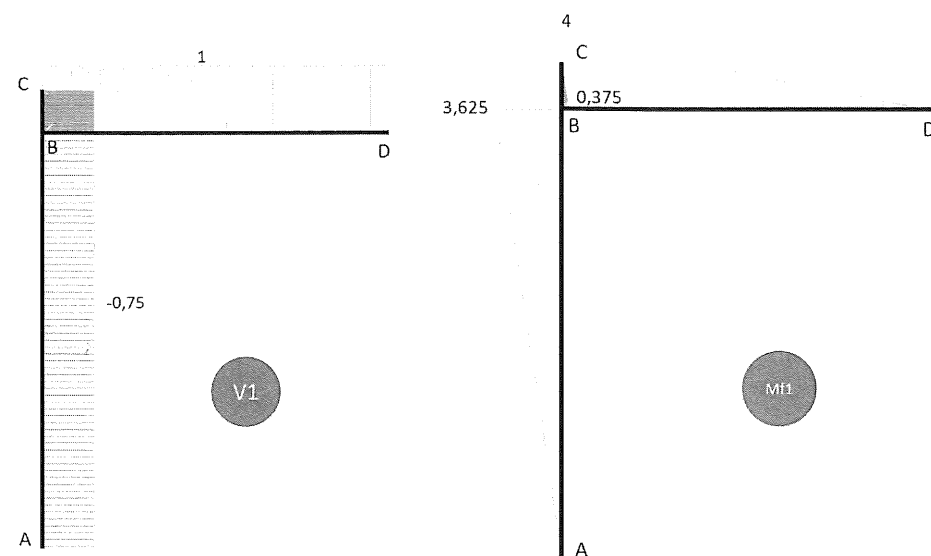


Moments par rapport à B: $-0.75 \times 0.5 + M_B = 0$ donc $M_B = 0.375$

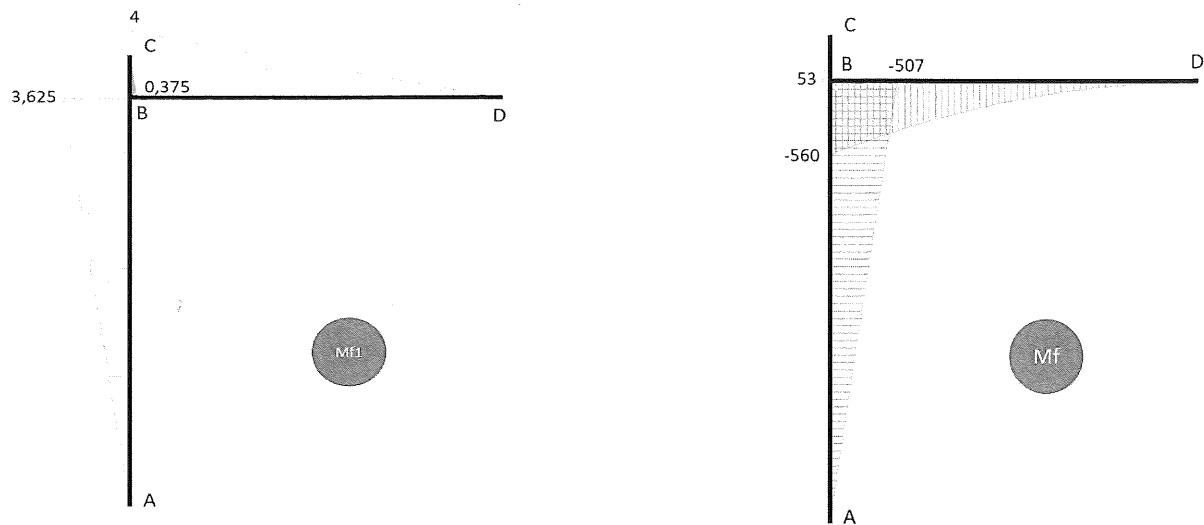
donc $M_B = 0.375$

Bilan des actions mécaniques





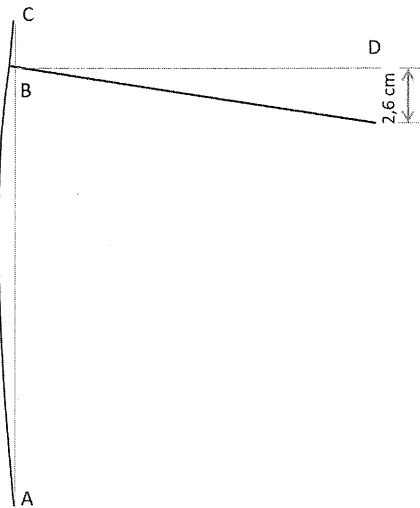
Calcul de la flèche à l'aide des intégrales de Mohr



Noms	E (daN/m²)	I (m₄)	ℓ (m)	M₀ (daN.m)	M₁ (daN.m)	λ.01 (m)
Poteau AB HEA 120	2,10E+10	6,06E-06	4,8	-507	3,625	$\frac{M_0 \times M_1 \times l}{3EI} = -0,023$
Poutre BD IPE 240	2,10E+10	3,89E-05	4	-560	4	$\frac{M_0 \times M_1 \times l}{4EI} = -0,0027$
Poteau BC HEA 120	2,10E+10	6,06E-06	0,5	53	-0,375	$\frac{M_0 \times M_1 \times l}{3EI} = -2,6.10^{-5}$
TOTAUX						-0,026

La flèche au point D : Δ_D = 2.6 cm

Question 5



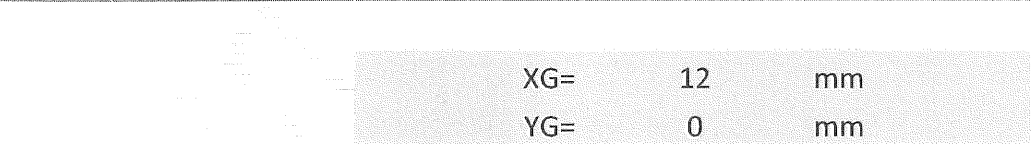
Question 6

La flèche limite est : $\overline{\Delta_D} = \frac{400}{150} = 2.7\text{ cm}$
donc la flèche est inférieure à la valeur limite. Elle est réglementaire.

Partie 2 : Caractéristiques de la section du poteau file 2

Question 7

N°	vgi	ugi	Si	vgi.Si	ugi.Si
IPE 400	0,0	0,0	8 446	-	0
IPE 140	74,3	0,0	1 643	122 075	0
Total			10 089	122 075	0



Question 8

N°	IGV	IGU	diV	diU	Si.diV²	Si.diU²
IPE 400	231 300 000	13 180 000	0,0	12,1	0	1 236 538
IPE 140	449 200	5 412 000	0,0	62,2	0	6 356 545
	231 749 200	18 592 000			0	7 593 083

IGV = 231 749 200 mm⁴
IGU = 26 185 083 mm⁴

Question 9

I_{GV} > I_{GU} donc l'axe fort est l'axe (G,V)

Question 10

Oui le poteau est disposé suivant sa plus forte inertie

Question 11

I_{GV} = 23 175 cm⁴ pour le PRS et I_y = 23 130 cm⁴ pour l'IPE 400 la différence est peu élevée et l'inertie supplémentaire n'est pas significative. Nous pouvons considérer que l'IPE 400 possède une inertie équivalente pour la suite du problème.

L'IPE 140 a été ajouté pour la solution technologique, support du plancher.

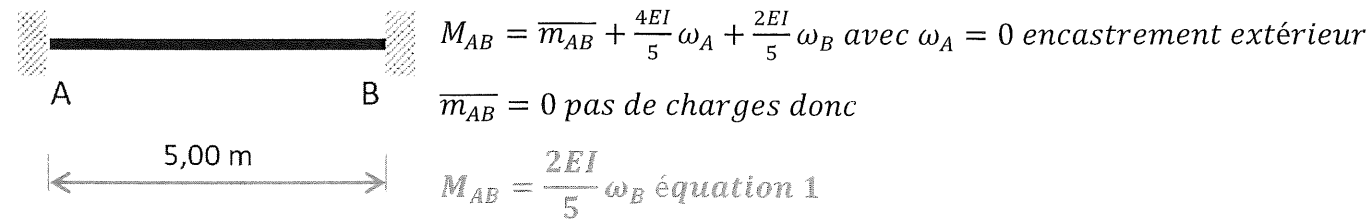
Partie 3 : Étude du portique file 2 à l'ELU

Question 12

- Nombre d'inconnues : $3+3+3+3 = 12$ inconnues
- Nombre d'équations : $3 \times 3 = 9$ équations
- $d = 12 - 9 = 3$ le système est hyperstatique de degré 3.

Question 13

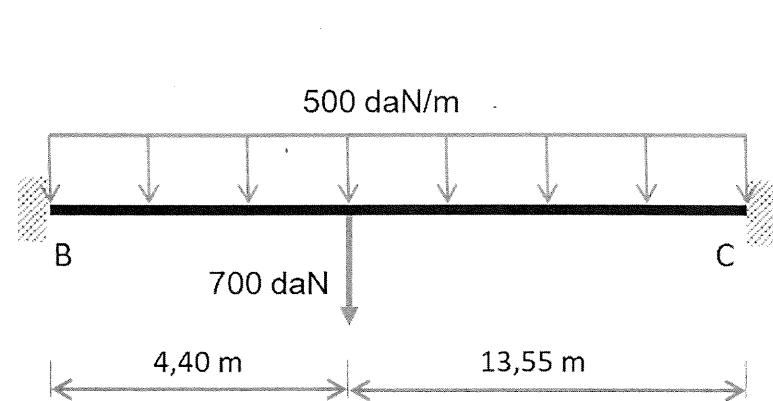
Étude du poteau AB :



$$M_{BA} = \overline{m}_{BA} + \frac{2EI}{5}\omega_A + \frac{4EI}{5}\omega_B \text{ avec } \omega_A = 0 \text{ encastrement extérieur}$$

$\overline{m}_{AB} = 0$ pas de charges donc

$$M_{BA} = \frac{4EI}{5}\omega_B \text{ équation 2}$$



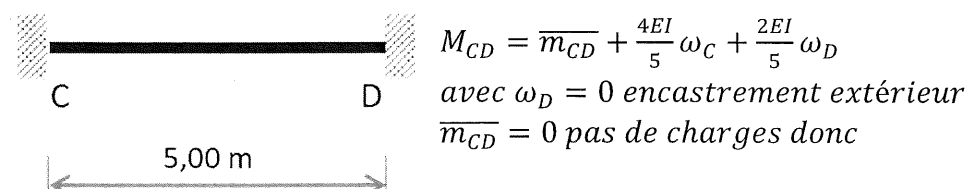
$$M_{BC} = 15180 + \frac{4EI}{17.95}\omega_B + \frac{2EI}{17.95}\omega_C \text{ équation 3}$$

$$M_{CB} = \overline{m}_{CB} + \frac{2EI}{17.95}\omega_B + \frac{4EI}{17.95}\omega_C$$

$$\overline{m}_{CB} = \frac{-500 \times 17.95^2}{12} - \frac{700 \times 4.4^2 \times 13.55}{17.95^2} = -13995 \text{ daN.m}$$

$$M_{CB} = -13995 + \frac{2EI}{17.95}\omega_B + \frac{4EI}{17.95}\omega_C \text{ équation 4}$$

Étude du poteau CD :



$$M_{CD} = \frac{4EI}{5}\omega_C \text{ équation 5}$$

$$M_{DC} = \overline{m}_{DC} + \frac{2EI}{5}\omega_C + \frac{4EI}{5}\omega_D \text{ avec } \omega_D = 0 \text{ encastrement extérieur}$$

$\overline{m}_{DC} = 0$ pas de charges donc

$$M_{DC} = \frac{2EI}{5}\omega_C \text{ équation 6}$$

Continuité entre les poteaux et la traverse :

$$M_{BA} + M_{BC} = 0 \text{ donc } \frac{4EI}{5}\omega_B + 15180 + \frac{4EI}{17.95}\omega_B + \frac{2EI}{17.95}\omega_C = 0$$

$$1.023\omega_B + 0.111\omega_C = \frac{-15180}{EI} \text{ équation 7}$$

$$M_{CB} + M_{CD} = 0 \text{ donc } -13995 + \frac{2EI}{17.95}\omega_B + \frac{2EI}{17.95}\omega_C + \frac{4EI}{5}\omega_C = 0$$

$$0.111\omega_B + 1.023\omega_C = \frac{13995}{EI} \text{ équation 8}$$

En résolvant le système des 2 équations 7 et 8 on trouve $\omega_B = \frac{-16528}{EI}$ et $\omega_C = \frac{15483}{EI}$

Question 14

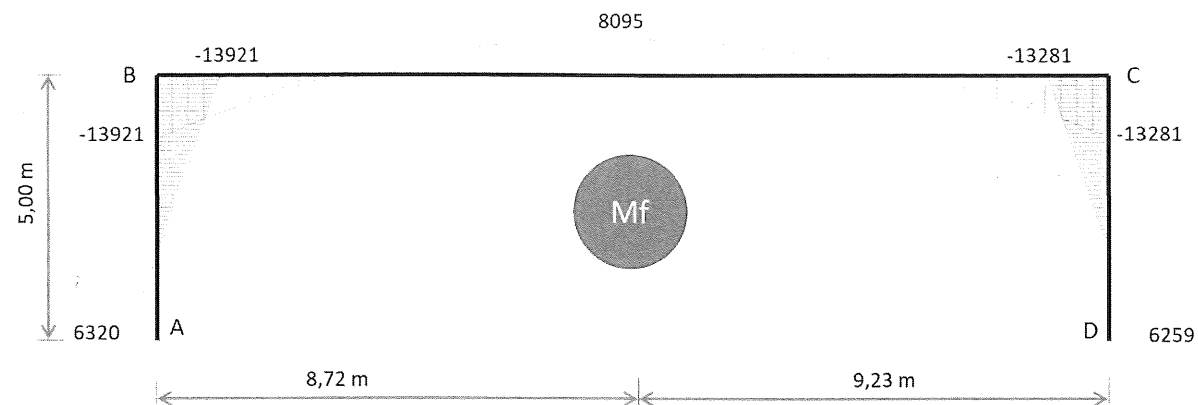
$$M_{AB} = \frac{2EI}{5} \times \frac{-16528}{EI} = -6611 \text{ daN.m}$$

$$M_{BA} = \frac{4EI}{5} \times \frac{-16528}{EI} = -13222 \text{ daN.m}$$

$$M_{CB} = -13995 + \frac{2EI}{17.95} \times \frac{-16528}{EI} + \frac{2EI}{17.95} \times \frac{15483}{EI} = -12386 \text{ daN.m}$$

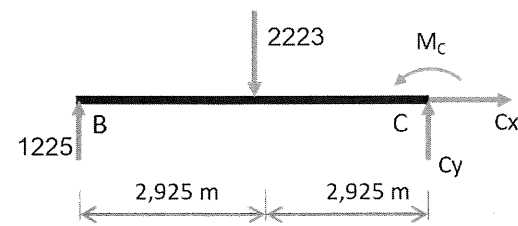
$$M_{DC} = \frac{2EI}{5} \times \frac{15483}{EI} = 6193 \text{ daN.m}$$

Question 15



Question 16

$$\sigma_{max} = \frac{-M_{f_{max}}}{W_{el}} + \frac{N}{A} = \frac{13921 \cdot 10^4}{-1156 \cdot 10^3} - \frac{50520}{8446} = -126 \text{ MPa}$$

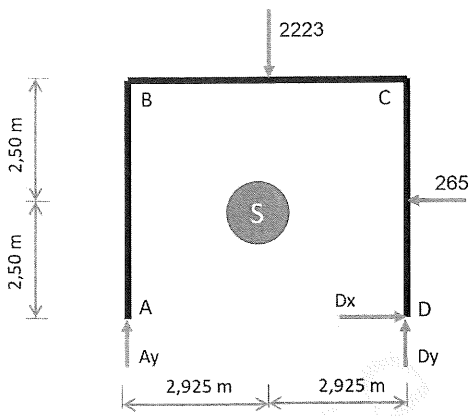


Question 17

La contrainte est 2 fois moins importante que la limite élastique donc la section du poteau est suffisante :
 $\sigma_{max} = 126 \text{ MPa} < \sigma_e = 275 \text{ MPa}$

Question 20

Étude du système S



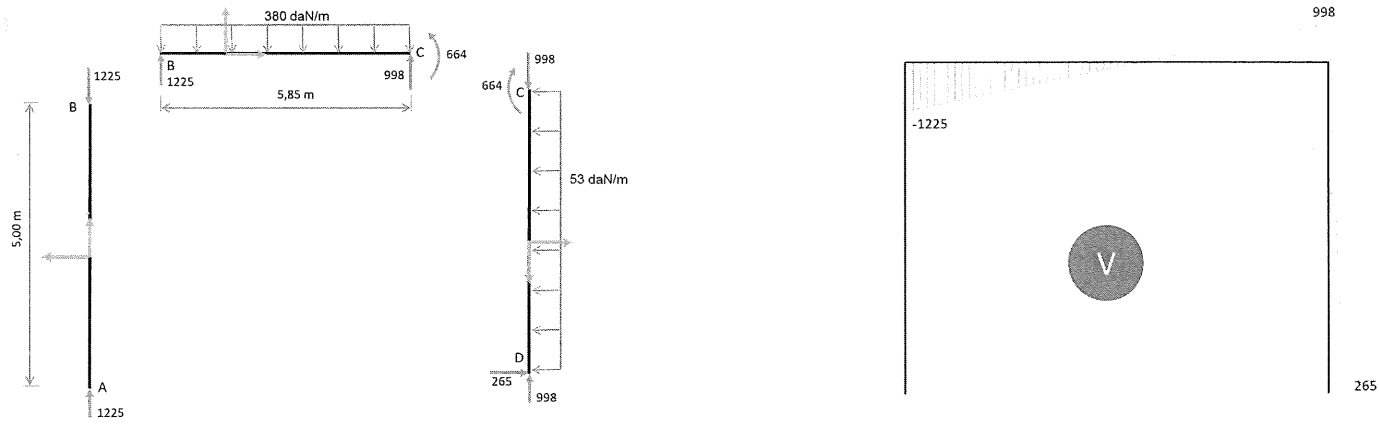
Moments par rapport à D
 $2223 \times 2.925 + 265 \times 2.5 - 5.85 \times A_y = 0$
donc $A_y = \frac{-2223 \times 2.925 - 265 \times 2.5}{-5.85} = 1225 \text{ daN}$
Forces sur X :
 $D_x - 265 = 0$ donc $D_x = 265 \text{ daN}$
Forces sur y :
 $-2223 + D_y + 1225 = 0$ donc $D_y = 998 \text{ daN}$

Il n'y a pas de charges sur le poteau AB donc $B_y = -1225 \text{ daN}$, $B_x = 0$ et $M_B = 0$

Isolons la traverse BC

Moments par rapport à C
 $2223 \times 2.925 - 1225 \times 5.85 + M_C = 0$
donc $M_C = -2223 \times 2.925 + 1225 \times 5.85 = 664 \text{ daN.m}$
 $C_x = 0$ et $C_y = 998 \text{ daN}$

Bilan des actions

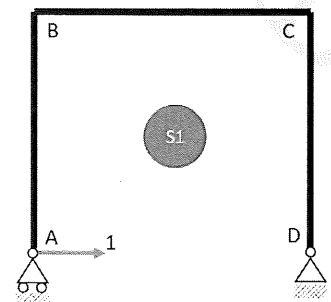
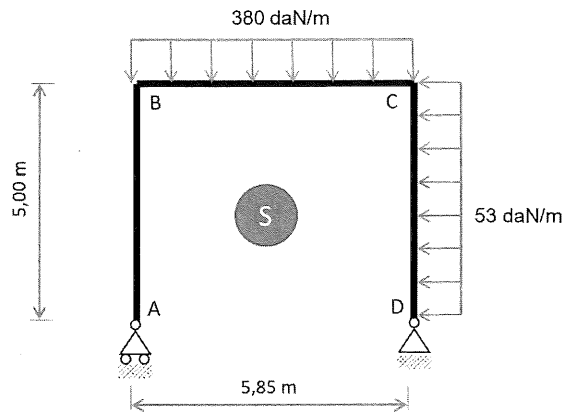


Question 18

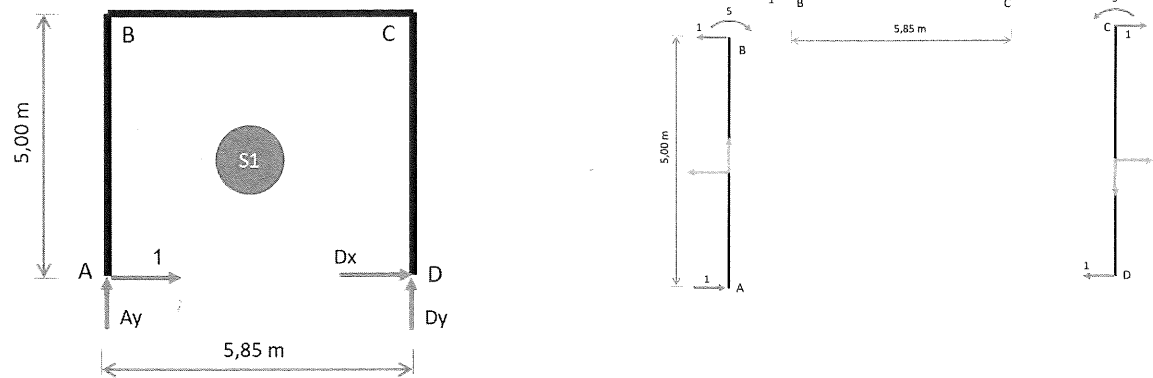
- Nombre d'inconnues : $3+3+2+2 = 10$ inconnues
- Nombre d'équations : $3 \times 3 = 9$ équations
- $d = 10 - 9 = 1$ le système est hyperstatique de degré 1.

Question 19

Structures isostatiques associées



Étude du système S1



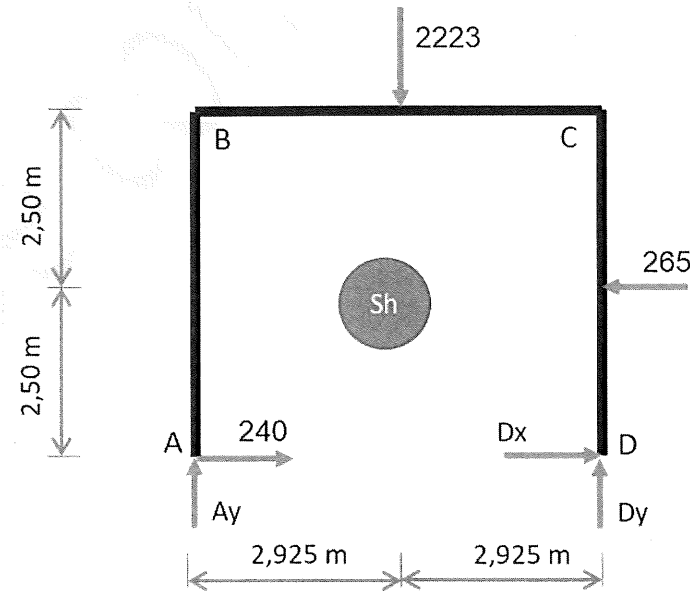
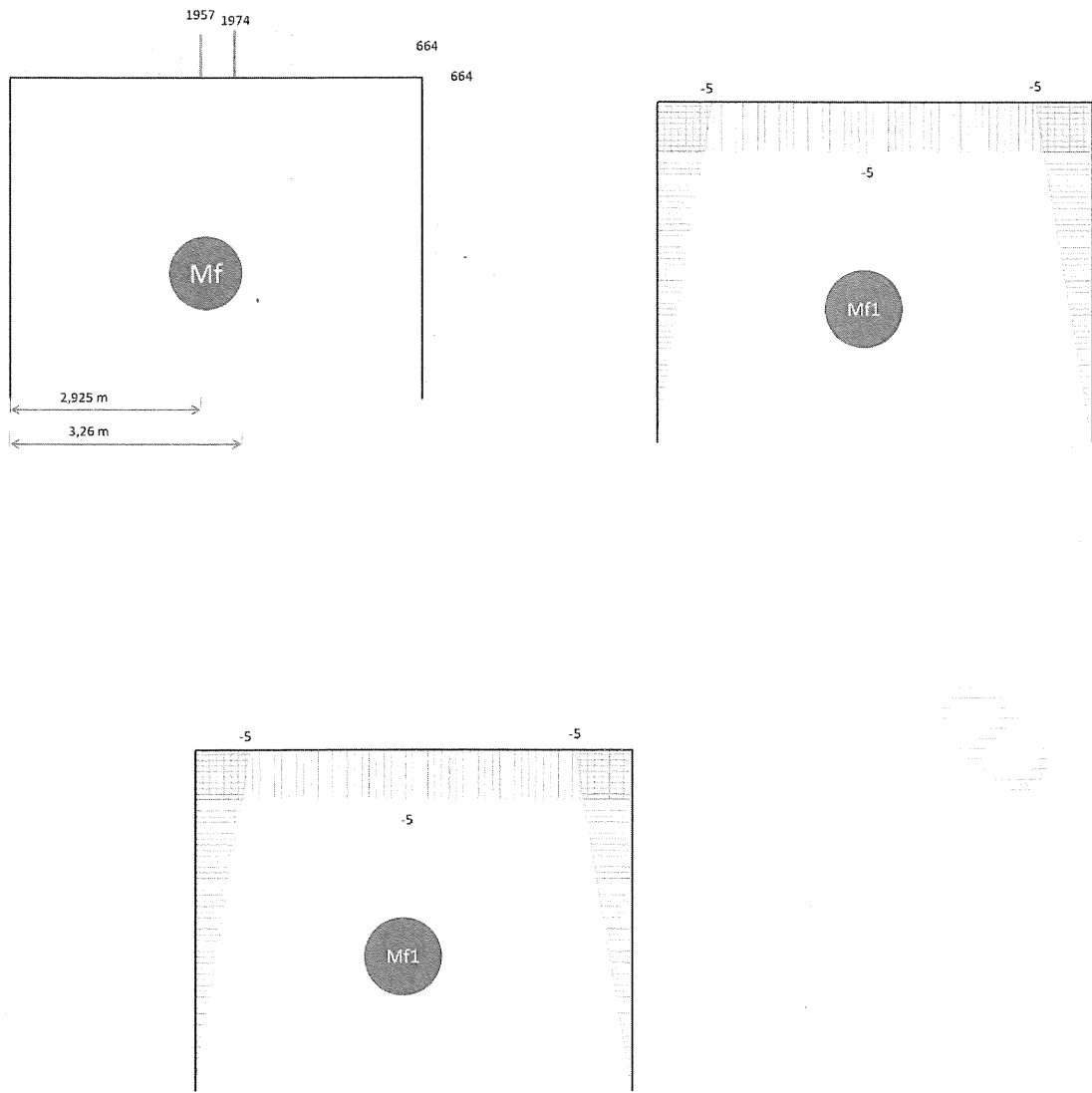
$D_x = -1; D_y = A_y = 0$

Noms	E (daN/m²)	I (m ₄)	ℓ (m)	M* (daN.m)	M1* (daN.m)	M2* (daN.m)	M ₁ (daN.m)	λ01 (m)	λ11 (m)
Poteau AB IPE 200	2,10E+10	1,94E-05	5	0			-5	0	0,000102117
Poutre BC UPN 160	2,10E+10	9,25E-06	5,85	1957	0	664	-5	-0,213119691	0,000752896
Poteau CD IPE 200	2,10E+10	1,94E-05	5	664			-5	-0,016951368	0,000102117
TOTAUX								-0,230071059	0,000957129

$A_x = 240 \text{ daN}$

Question 21

Etude du système hyperstatique Sh



Moments par rapport à D

$$2223 \times 2.925 + 265 \times 2.5 - 5.85 \times A_y = 0$$

$$\text{donc } A_y = \frac{-2223 \times 2.925 - 265 \times 2.5}{-5.85} = 1225 \text{ daN}$$

Forces sur X :

$$D_x + 240 - 265 = 0 \text{ donc } D_x = 25 \text{ daN}$$

Forces sur y :

$$-2223 + D_y + 1225 = 0 \text{ donc } D_y = 998 \text{ daN}$$

Question 22

