

ÉTATS LIMITES DE SERVICE (ELS) : DÉFORMATIONS

On parle d'état limite lorsque la structure n'assure plus les fonctions pour lesquelles elle a été conçue. Doivent être classés comme états limites de service ceux qui concernent :

- le fonctionnement de la structure ou des éléments structuraux en utilisation normale ;
- le confort des personnes ;
- l'aspect de la construction.

La vérification des états limites de service repose sur des critères concernant les aspects suivants :

a) les déformations qui affectent :

- l'aspect,
- le confort des utilisateurs,
- la fonction de la structure (y compris le fonctionnement des machines ou des services),
- les finitions ou les éléments non structuraux ;

b) les vibrations :

- qui nuisent au confort des personnes,
- qui limitent l'efficacité fonctionnelle de la structure ;

c) les dommages susceptibles de nuire à :

- l'aspect,
- la durabilité,
- la fonction de la structure.

Les vérifications aux ELS s'expriment d'une manière générale. On doit vérifier que : $E_d < C_d$ où E_d est l'effet de calcul des actions, déterminé sur la base de l'une des combinaisons définies pour les ELS, et C_d est, pour l'effet de calcul des actions considérées, une valeur nominale ou une fonction de certaines propriétés des matériaux.

Il y a ainsi trois familles de critères à vérifier : flèches verticales, fréquence propre verticale, déplacements horizontaux.

Les flèches verticales sont composées de (schéma ci-dessous) :

W_c : contreflèche

W_1 : flèche sous charge permanente

W_3 : flèches sous actions variables D'où

W_{tot} : flèche totale = $W_1 + W_3$

W_{max} : flèche totale compris contreflèche = $W_{tot} - W_c$

Les déplacements horizontaux sont soit sur la hauteur totale du bâtiment (u), soit sur la hauteur de l'étage (u_i).

Les structures en acier et leurs éléments constitutifs doivent être dimensionnés afin que les flèches restent dans les limites que le client, le concepteur et l'autorité compétente ont considéré, d'un commun accord, appropriés à la destination et à l'occupation envisagées de l'ouvrage, ainsi qu'à la nature des matériels devant être supportés.

Les valeurs données dans les Eurocodes et leurs annexes nationales sont des valeurs empiriques.

Leur but est de permettre une comparaison avec les résultats des calculs ; elles ne sauraient être interprétées comme des critères de performance. Ces valeurs limites recommandées pour les ossatures courantes - elles demandent à être reconsidérées pour les portées importantes - sont par exemple :

• flèches verticales

Toitures en général :

$$W_{max} < L/200 \text{ et } W_3 < L/250$$

Toitures accessibles au public :

$$W_{max} < L/200 \text{ et } W_3 < L/300$$

Planchers en général :

$$W_{max} < L/200 \text{ et } W_3 < L/300$$

Planchers support de cloisons en plâtre ou matériaux fragiles :

$$W_{max} < L/250 \text{ et } W_3 < L/350$$

Planchers supportant des poteaux :

$$W_{max} < L/400 \text{ et } W_3 < L/500$$

Nota : en cas de porte-à-faux, la longueur L à prendre en compte est égale à deux fois la longueur du porte-à-faux ;

• fréquence propre verticale :

- plancher d'habitation, de bureaux : fréquence $> 2,6$ Hz,
- plancher de gymnase, salle de danse : fréquence > 5 Hz ;

• déplacements horizontaux :

- bâtiment industriel, rez-de-chaussée, parois non fragiles : $u < H/150$ en tête de poteaux et entre deux poteaux de portique,
- éléments support de bardage (hors encadrement de baies)

lisses : $u < \frac{L_{lisse}}{150}$

montant :

$$\text{flèche du montant} < \frac{H_{montant}}{150}$$

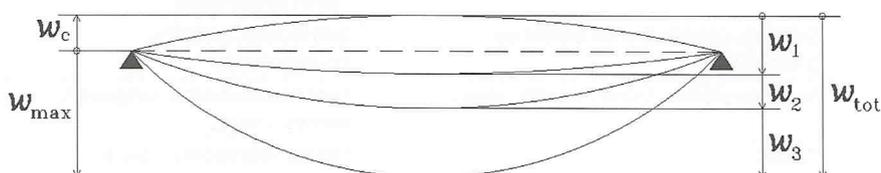


Schéma des flèches verticales

ÉTATS LIMITES ULTIMES (ELU) : RÉSISTANCE DES BARRES

On considère qu'une structure atteint un état limite ultime lorsqu'au moins un des critères de résistance n'est pas avéré tels que : un défaut d'équilibre statique, une atteinte en un point de la limite d'élasticité ou d'un critère de plasticité. Ces limites sont fonction du type de sollicitations auquel sont soumises la structure et ses barres : traction, compression, flexion, et leurs simultanités.

Traction

VÉRIFICATIONS

Une barre tendue transmet un effort de traction entre deux nœuds de structure. Elle est mise en charge au travers d'assemblages à ses extrémités et cela avec les effets suivants :

- l'assemblage boulonné (le plus couramment utilisé) implique la présence, dans la barre, des trous destinés à recevoir les boulons. Ces trous réduisent la section résistante aux extrémités de la barre ;
- la résultante des efforts transmis n'agit pas toujours au centre de gravité de la section et, en conséquence, des sollicitations supplémentaires peuvent apparaître.

En principe, tout type de section peut convenir pour réaliser une barre tendue. Le tableau 11 ci-contre reprend les sections les plus courantes.

DÉTERMINATION DE L'AIRE DE LA SECTION NETTE

L'aire nette A_{net} d'une section transversale de barre tendue est égale à l'aire brute A diminuée des aires des trous de boulons (fig. 19).

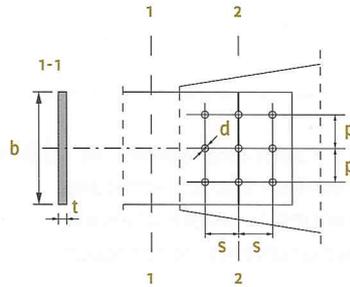


Fig. 19.a

- 1-1) $A = bt$
- 2-2) $A = bt - ndt$ ($n = 3$)

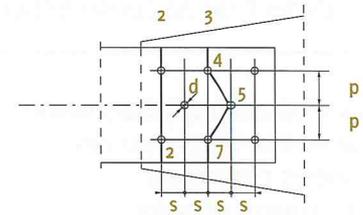


Fig. 19.b

- $A_{net} = bt$ - la plus grande des valeurs :
- 2-2) ndt ($n = 2$)
 - 3-4-5-6-7) $t (nd - (n-1) \frac{s^2}{4p})$ ($n = 3$)

En fonction de la disposition des boulons, se présentent les situations suivantes :

a) les trous de boulons sont disposés en rangées parallèles à l'axe de l'élément et orthogonales entre elles (fig. 19.a). L'aire à déduire est la somme des aires des sections de trous dans n'importe quelle section transversale ;

b) les boulons sont disposés en quinconce (fig. 19.b), l'aire

totale à déduire est la plus grande des valeurs suivantes :
 – on considère seulement les aires des sections de trous qui se trouvent dans une section perpendiculaire à l'axe de la barre,
 – on considère l'aire des sections de trous situés dans une coupe quelconque, pratiquée selon une ligne diagonale ou brisée, diminuée de la somme des valeurs $s^2t/4p$ calculées pour chaque intervalle entre trous le long de la coupe.

Tableau 11

TYPES DE SECTION DE BARRES TENDUES ET DOMAINES D'UTILISATION

Sections	Usages
Cornières, tés ou fers en U laminés	Treillis légers, suspentes, contreventements
Sections composées de cornières ou de doubles U	Treillis (charges moyennes)
Sections laminées en I ou en H, reconstituées ouvertes/fermées	Treillis lourds
Sections tubulaires	Treillis, suspentes, contreventements
Sections composées en treillis ou à étrépillons	Utilisations tombées en désuétude
Sections pleines (ronds, carrés, plats)	Contreventements, suspentes, liernes, tirants
Câbles	Tirants (bâtiments), ponts, toitures suspendues

VÉRIFICATIONS

Dans toutes les sections de la barre tendue, la condition suivante doit être satisfaite :

$$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} \leq 1 \quad N_{Ed} \leq N_{t,Rd}$$

N_{Ed} = valeur de calcul de l'effort normal de traction

$N_{t,Rd}$ = valeur de calcul de la résistance à la traction prise comme la plus petite des valeurs suivantes :

a) la valeur de calcul de la résistance plastique de la section transversale brute :

$$N_{pl,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}$$

A = l'aire de la section transversale brute en utilisant les dimensions nominales

f_y = limite d'élasticité de l'acier

γ_{M0} = coefficient partiel pour résistance des sections transversales. Pour les bâtiments $\gamma_{M0} = 1$

b) la valeur de calcul de la résistance ultime de la section transversale nette au droit des trous de fixation :

$$N_{u,Rd} = \frac{0,9 \cdot A_{net} \cdot f_u}{\gamma_{M2}}$$

A_{net} = l'aire de la section transversale nette

f_u = résistance à la traction de l'acier

γ_{M2} = coefficient partiel pour résistance à la rupture des sections transversales en traction. Pour les bâtiments $\gamma_{M2} = 1,25$

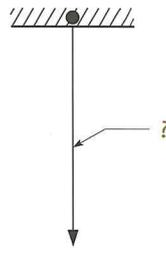


Fig. 20 : Recherche d'un profil
 $N_{Ed} = 15\,000$ daN

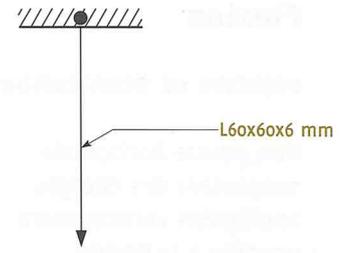


Fig. 21 : $N_{pl,Rd} = ?$
Exemple de calcul de la charge à la traction

EXEMPLES

Recherche d'un profil

Recherche d'un profil pour un élément tendu en acier S235 sollicité par un effort normal de traction ayant la valeur de calcul (fig. 20).

$N_{Ed} = 15\,000$ daN

N appliqué = 10 000 daN, nature : surcharge d'exploitation

D'où $N_{Ed} = 1,5 \times 10\,000 = 15\,000$ daN

S235 $f_y = 235$ N/mm² = 2350 daN/cm²

$$N_{pl,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}} = N_{Ed} \quad A = \frac{\gamma_{M0} \cdot N_{Ed}}{f_y} = \frac{1,0 \times 15\,000}{2350} = 6,38 \text{ cm}^2$$

Dans les catalogues de profil, ceux qui ont une section supérieure mais la plus proche possible de 6,38 cm² sont :

Cornière de 60 x 60 x 6 mm $A = 6,91$ cm²

Rond plein de \varnothing 30 cm $A = 7,07$ cm²

Profil creux rond de 76,1 x 3,2 mm $A = 7,33$ cm²

Parmi ces profils, on retiendra celui qui donnera la solution la plus adaptée en tenant compte :

- du prix d'achat ;
- de la facilité de mise en œuvre ;
- des possibilités éventuelles de remplir d'autres fonctions ;
- du système d'assemblage ;
- de la réponse au dessin souhaité par le maître d'œuvre.

Capacité

Le problème peut se poser différemment. Le profil est connu et on recherche la charge qu'il peut supporter à la traction, c'est-à-dire sa résistance de calcul à la traction. La vérification de la fiabilité des éléments s'effectue en comparant les sollicitations de calcul à des résistances de calcul.

Exemple : quelle est la charge maximale (sa résistance de calcul) en traction d'une cornière de 60 x 60 x 6 mm, acier S235 ? (fig. 21).

Exemple de vérification d'un profil

L 60 x 60 x 6 mm

$$N_{pl,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}$$

L 60 x 60 x 6 $A = 6,91$ cm² $f_y = 2350$ daN/cm²

$$N_{pl,Rd} = \frac{6,91 \times 2350}{1,0} = 16\,238 \text{ daN}$$

Flexion

PRINCIPE DE VÉRIFICATIONS

Une poutre horizontale supportant des charges appliquées verticalement travaille à la flexion. La capacité de résistance de la poutre à cette sollicitation dépend :

- de sa résistance propre, définie par certaines caractéristiques de sa section et la portée ;
- et d'éléments extérieurs qui sont les conditions de chargement et conditions d'appuis.

Sous l'action des charges, la poutre fléchit en prenant une flèche « f ». La partie supérieure de la poutre est comprimée, la partie inférieure tendue.

La résistance de la poutre aux efforts de flexion sera d'autant plus grande que la matière constituant cette poutre sera éloignée de l'axe passant par le centre de gravité (un madrier placé sur chant a un comportement à la flexion très supérieur à celui obtenu en le plaçant à plat).

Les caractéristiques géométriques d'un profil, à utiliser pour les vérifications à la flexion, dépendent de la répartition de la matière c'est-à-dire de la forme de la section. Ces caractéristiques sont le moment d'inertie de la flexion I et le module d'inertie W (ou I/v).

On doit s'assurer que la poutre supportera la charge demandée : c'est la condition de résistance, mise en évidence par la vérification de l'état limite ultime (ELU).

On doit s'assurer également que la poutre ne fléchira pas suffisamment pour apporter des désordres dans la construction : c'est la condition de flèche, c'est la vérification de l'état limite de service (ELS).

Vérifications aux ELU

L'Eurocode 3 introduit une classification des sections en fonction de la minceur des parois qui les composent. Cette classification permet de savoir, au vu de critères simples, si la section peut être vérifiée par rapport à sa résistance plastique, ou à sa résistance élastique, ou si la minceur de ses parois est telle que le voilement local peut limiter la résistance de la section à une valeur inférieure à la résistance élastique.

L'Eurocode 3 établit ainsi quatre classes de sections, des plus massives aux plus élancées qui, dans le cas des sections fléchies (et éventuellement comprimées), peuvent se définir comme suit.

Classe 1. Sections transversales massives pouvant former une rotule plastique et ayant une capacité de rotation suffisamment importante pour permettre une analyse plastique sans contrôle supplémentaire de rotation plastique.

Classe 2. Sections transversales pouvant développer leur moment de résistance plastique mais avec une capacité de rotation limitée, donc imposant un contrôle par rapport à la rotation requise si l'analyse plastique est utilisée.

Classe 3. Sections transversales dont la contrainte calculée dans la fibre extrême comprimée de l'élément peut atteindre la limite d'élasticité (moment de résistance élastique), mais dont le voilement local est susceptible d'empêcher le développement du moment de résistance plastique.

Classe 4. Sections transversales dont la résistance à la flexion-compression doit être déterminée en prenant en compte explicitement des effets de voilement local.

Les sections de classe 1 ou 2 sont vérifiées par rapport à leur résistance plastique. Les sections de classe 3 sont vérifiées par rapport à leur résistance élastique.

Quant aux sections de classe 4, il est nécessaire de procéder à une vérification spécifique prenant en compte les effets du voilement local (fig. 22).

Pour simplifier les calculs, mais tout en restant en sécurité, il convient par la suite que les vérifications aux ELU soient faites en considérant seulement le domaine élastique. L'état limite ultime est donc gouverné par l'atteinte de la limite d'élasticité dans la fibre la plus sollicitée, la résistance en flexion de la section s'identifie au moment élastique $M_{el,Rd}$.

Concernant les profils formés à froid (à parois minces) qui sont en grande partie de classe 4, les vérifications seront faites conformément aux spécifications de l'Eurocode 3.

Moment fléchissant. Il convient que la valeur de calcul M_{Ed} du moment fléchissant dans chaque section transversale satisfasse

$$\frac{M_{Ed}}{M_{C,Rd}} \leq 1$$

M_{Ed} = valeur de calcul du moment fléchissant

$$M_{C,Rd} = M_{el,Rd} = \frac{W_{el} \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$$

$M_{C,Rd}$ = valeur de calcul de la résistance à la flexion par rapport à un axe principal de la section.

$M_{el,Rd}$ = valeur de calcul de la résistance d'une section transversale à la flexion par rapport à l'un de ses axes principaux.

W_{el} = module d'inertie élastique de la section par rapport à l'un de ses axes principaux.

Cisaillement. En toute rigueur, lorsqu'il existe un effort tranchant, il convient de prendre en compte son incidence sur le moment résistant $M_{el,Rd}$.

Nous ne tiendrons pas compte de cette condition dans la suite de ce chapitre parce que l'effet de l'effort tranchant sur le moment résistant, dans la plupart des cas, peut être négligé.

Vérifications aux ELS

On doit vérifier que $E_d = W_d \leq W_{limite}$

E_d est l'effet de calcul des actions :

- W_d est la flèche verticale de calcul déterminée sur la base d'une des combinaisons définies pour ELS ;
- W_{limite} est la flèche verticale limite recommandée.

Pour les états limites de service (ELS) il convient de prendre la valeur 1 pour les coefficients partiels des actions.

Les valeurs limites couramment admises pour les flèches verticales sont données sur les "ELS" p. 31. Il y a deux vérifications à faire : l'une sur W_{max} et l'autre sur W_3 .

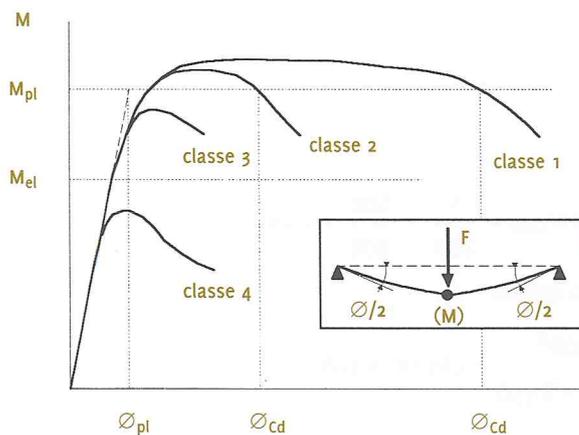


Fig. 22: Schéma de comportement d'une section fléchie

PLANCHER

Les actions, valeurs caractéristiques, agissant sur la solive sont les suivantes :

- charges permanentes :
 - poids propre solive IPE 300 : $g_{pp} = 42,2 \text{ daN/m}$
 - poids propres de la dalle : $g_{dalle} = 250 \text{ daN/m}^2 \times 3,0 \text{ m} = 750 \text{ daN/m}$
 - D'où $g_{cp} = 792,2 \text{ daN/m}$
- charges variables : $q_s = 300 \text{ daN/m}^2 \times 3,0 \text{ m} = 900 \text{ daN/m}$

Coefficients partiels sur les actions	Vérifications	
	ELU	ELS
Actions permanentes... G	1,35	1
Actions variables... Q	1,5	1

Les combinaisons des actions :

- combinaison fondamentale aux ELU
 $p = 1,35 G + 1,5 Q = 1,35 \times 792,2 + 1,5 \times 900 = 1069,5 + 1350 = 2419,5 = 2420 \text{ daN/m}$
- combinaison caractéristique pour ELS
 $p = 1,0 G + 1,0 Q = 792,2 + 900 = 1692,2 \text{ daN/m} = 1695 \text{ daN/m}$

Calcul statique (analyse globale)

Considérons une poutre simple avec une charge uniformément répartie (cf. fig. 25) :

$$V_1 = V_2 = \frac{pl}{2} \quad M_{\max} = \frac{pl^2}{8} \text{ à } l/2 \quad f_{\max} = \frac{5pl^4}{384EI} = \text{à } l/2$$

Lors d'un calcul élastique au premier ordre, on suppose que la relation entre les actions et les sollicitations est linéaire et que le principe de superposition des efforts est applicable (cf. Principes de calcul p. 30). Ainsi, il est facile de faire le calcul statique avec les valeurs caractéristiques des actions et d'appliquer les coefficients partiels sur les actions aux sollicitations (efforts) pour arriver aux combinaisons ELU et ELS.

Caractéristiques

IPE 300 acier S235
 $I_y = 8356 \text{ cm}^4$ $f_y = 235 \text{ N/mm}^2 = 2350 \text{ daN/cm}^2$
 $W_{el,y} = 557 \text{ cm}^3$ $\gamma_{M0} = 1$
 $g = 42,2 \text{ daN/m}$ $E = 210000 \text{ daN/cm}^2$

Vérification à ELU

Il faut vérifier la résistance élastique à la flexion :

$$M_{el,Rd} = \frac{W_{el,y} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{557 \times 2350}{1,0} = 1308950 \text{ daNcm}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{el,Rd}} < 1 \quad M_{Ed} = \frac{2420 \times 6^2}{8} = 10890 \text{ daNm} = 1089000 \text{ daNcm}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{el,Rd}} = \frac{10890}{13090} = 0,832 < 1$$

Vérification à ELS

Il faut vérifier

$$W_{\max} < W_{\max, \text{lim}} = \frac{l}{200} = \frac{600}{200} = 3 \text{ cm} \quad W_3 < W_{3, \text{lim}} = \frac{l}{300} = \frac{600}{300} = 2 \text{ cm}$$

Combinaisons ELS $p_{cp+s} = 1695 \text{ daN/m}$ et $p_s = 900 \text{ daN/m}$

$$\text{D'où} \quad W_{\max} = \frac{5pl^4}{384EI} = \frac{5 \times 16,95 \times 600^4}{384 \times 2,1 \times 10^6 \times 8356} = 1,63 \text{ cm} < 3 \text{ cm}$$

$$W_3 = \frac{5pl^4}{384EI} = \frac{5 \times 16,95 \times 600^4}{384 \times 2,1 \times 10^6 \times 8356} = 0,87 \text{ cm} < 2 \text{ cm}$$

EXEMPLES DE CALCUL**Plancher**

Considérons un plancher composé de poutrelles IPE en acier S235. L'espacement entre les solives est de 3 m, leur système statique est une poutre simple de 6 m de portée. Un calcul de prédimensionnement pour les solives permet d'adopter un IPE 300, S235, dont le poids propre est de 42,2 daN/m.

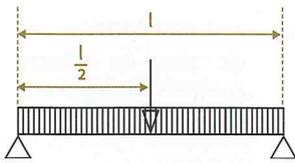


Fig. 23: Poutre simple, portée L = 5 m

Poutre simple

Considérons une poutre simple, avec une portée de 5 m (fig. 23), chargée avec les actions

présentées dans la figure 24, pour laquelle on cherche une poutrelle IPE, acier S235.

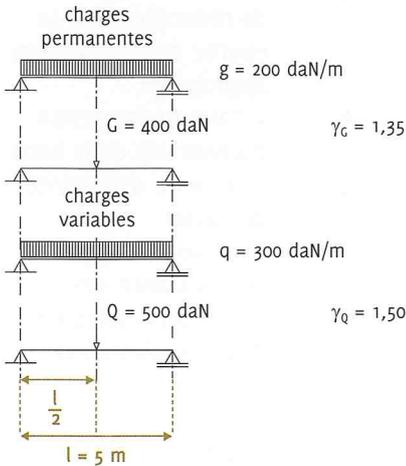


Fig. 24: Actions, valeurs caractéristiques

POUTRE SIMPLE

Calcul statique (fig. 25+26)

$$V_1 = V_2 = \frac{pl}{2} \quad M_{\max} = \frac{pl^2}{8} \quad f_{\max} = \frac{5pl^4}{384EI}$$

$$V_1 = V_2 = \frac{P}{2} \quad M_{\max} = \frac{Pl}{4} \quad f_{\max} = \frac{Pl^3}{48EI}$$

Moments fléchissants

M_{Ed} pour les valeurs caractéristiques des actions

$$M_{G,d} = \frac{200 \times 5,0^2}{8} + \frac{400 \times 5,0}{4} = 625 + 500 = 1125 \text{ daNm} = 112\,500 \text{ daNcm}$$

$$M_{Q,d} = \frac{300 \times 5,0^2}{8} + \frac{500 \times 5,0}{4} = 937,5 + 625 = 1\,562,5 \text{ daNm} = 156\,250 \text{ daNcm}$$

ELU

$$M_{Ed} = 1,35 \times 112\,500 + 1,5 \times 156\,250 = 386\,250 \text{ daNcm}$$

$$M_{Ed} = M_{Rd} = \frac{W_{el} \cdot f_y}{\gamma_{Mo}} \quad \text{Pour l'acier S235: } f_y = 2350 \text{ daN/cm}^2$$

$$D'où \text{ il faut } W_{el} > \frac{\gamma_{Mo} M_{Ed}}{f_y} = \frac{1,0 \times 386\,250}{2350} = 164,36 \text{ cm}^3$$

$$\text{Soit donc IPE 200} \quad W_{el} = 194 \text{ cm}^3 \quad I_y = 1943 \text{ cm}^4$$

ELS

Pour un plancher en général, il faut vérifier:

$$W_{\max} < W_{\max, \text{lim}} = \frac{l}{200} = \frac{500}{200} = 2,5 \text{ cm} \quad W_3 < W_{3, \text{lim}} = \frac{l}{300} = \frac{500}{300} = 1,67 \text{ cm}$$

Flèche due aux charges permanentes:

$$W_1 = \frac{5gl^4}{384EI} + \frac{Gl^3}{48EI} = \frac{(5g \cdot \frac{l^4}{384} + Gl \cdot 48)}{EI} = \frac{5 \times 2,00 \times \frac{500^4}{384} + 400 \times \frac{500^3}{48}}{(2,1 \times 10^6 \times 1943)}$$

$$= 0,4 + 0,26 = 0,66 \text{ cm}$$

Flèche due aux charges variables:

$$W_3 = \frac{5ql^4}{384EI} + \frac{Ql^3}{48EI} = \frac{(5q \cdot \frac{l^4}{384} + \frac{Ql^3}{48})}{EI} = \frac{5 \times \frac{3,00 \times 500^4}{384} + \frac{500 \times 500^3}{48}}{(2,1 \times 10^6 \times 1943)}$$

$$= 0,6 + 0,32 = 0,92 \text{ cm}$$

$$W_{\max} = 0,66 + 0,92 = 1,58 \text{ cm} < W_{\max, \text{lim}}$$

$$W_3 = 0,92 \text{ cm} < W_{3, \text{lim}}$$

L'IPE 200 en S235 convient.

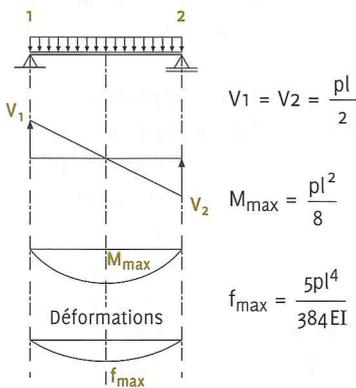


Fig. 25: Calcul statique

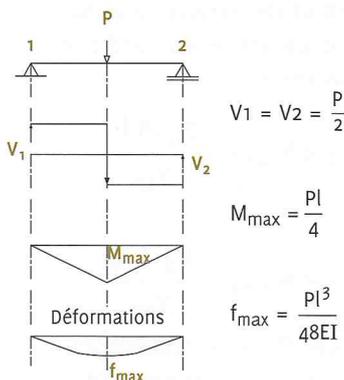


fig 26: Calcul statique

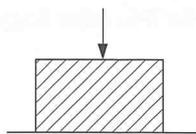


Fig. 27 : Schéma de compression simple



Fig. 28 : Schéma du phénomène de compression avec flambement

Compression simple

Considérons une pièce soumise à un effort de compression appliqué suivant son axe. Si cette pièce est courte, c'est-à-dire si sa longueur est inférieure à six fois sa plus petite dimension, elle se raccourcit. Au début, le raccourcissement est élastique. Lorsque l'on dépasse la limite d'élasticité, la pièce s'écrase ou se rompt par éclatement. C'est la compression simple (fig. 27).

On utilise pour la vérification d'une pièce soumise à un effort de compression simple la même formule que celle utilisée pour la traction : la valeur de calcul de l'effort de compression N_{Ed} dans chaque section transversale doit satisfaire la condition

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} < 1 \quad N_{c,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{Mo}}$$

A = aire de la section
 f_y = limite d'élasticité
 $\gamma_{Mo} = 1$

Dans les barres comprimées, il n'est pas nécessaire de prendre en compte les trous de fixation. Pour dimensionner une barre en compression simple :

$$A = \frac{N_{Ed} \cdot \gamma_{Mo}}{f_y}$$

Résistance des barres au flambement

Le flambement est le mode d'instabilité des barres comprimées.

PRINCIPES

Si la barre est plus longue, elle fléchit sous l'effort à la manière d'une canne. Elle a tendance à se dérober sous la charge et sa ruine intervient bien avant que l'effort atteigne la valeur que l'on peut obtenir sur une barre courte de même section. C'est le phénomène de compression avec flambement (fig. 28).

La résistance au flambement d'une barre dépend de :

- sa section ;
- sa forme ;
- sa longueur ;
- des conditions d'attache à ses extrémités ;
- du matériau.

Il convient de vérifier une barre comprimée vis-à-vis du flambement de la façon suivante :

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1$$

où N_{Ed} = la valeur de calcul de l'effort de compression

$N_{b,Rd}$ = la résistance de calcul de la barre comprimée au flambement

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}$$

où

χ = le coefficient de réduction pour la courbe de flambement appropriée

A = l'aire de la section transversale de la barre

f_y = la limite d'élasticité de l'acier

γ_{M1} = le coefficient partiel de résistance des barres aux instabilités. Pour les bâtiments

$$\gamma_{M1} = 1$$

Pour les types de profils en acier laminés à chaud communément utilisés pour les éléments comprimés, le mode de flambement à considérer est en général celui « par flexion ».

Les éléments comprimés doivent être vérifiés pour le mode de flambement par flexion selon les deux axes principaux de la section (axe de forte inertie : y-y ; axe de faible inertie : z-z) avec les longueurs de flambement appropriées ($L_{cr,y}$ $L_{cr,z}$).

Pour les éléments soumis à une compression axiale, la valeur de calcul de l'effort de compression N_{Ed} doit satisfaire les conditions suivantes :

$$N_{Ed} < N_{by,Rd} = \frac{\chi_y \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}$$

$$N_{Ed} < N_{bz,Rd} = \frac{\chi_z \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}$$

$N_{by,Rd}$ $N_{bz,Rd}$ = résistances de calcul au flambement de l'élément comprimé selon les axes y-y et z-z.

χ_y, χ_z = coefficient réducteur selon les axes y-y et z-z.
 La valeur de χ (χ_y, χ_z) est liée à l'élancement réduit approprié $\bar{\lambda}$ ($\bar{\lambda}_y, \bar{\lambda}_z$)

On détermine la valeur de χ , pour l'élancement réduit à partir de la courbe de flambement concernée. La courbe de flambement à associer à un élément dépend du type de section transversale et de la nuance d'acier (voir le tableau 12).

Les courbes de flambement sont représentées dans le schéma ci-dessous et les valeurs numériques correspondantes sont données dans le tableau 13.

L'élancement réduit ($\bar{\lambda}_y, \bar{\lambda}_z$) est égal à :

$$\bar{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_1} \quad \text{et} \quad \bar{\lambda}_z = \frac{\lambda_z}{\lambda_1}$$

λ_y, λ_z = les élancements de l'élément

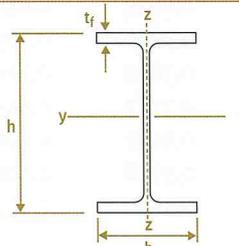
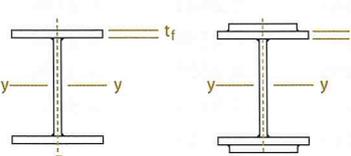
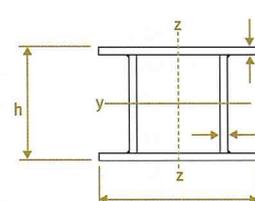
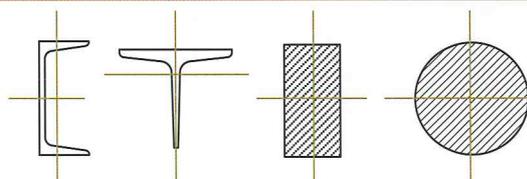
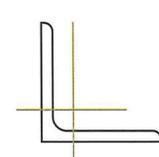
$$\lambda_y = \frac{L_{cr,y}}{i_y}; \quad \lambda_z = \frac{L_{cr,z}}{i_z}$$

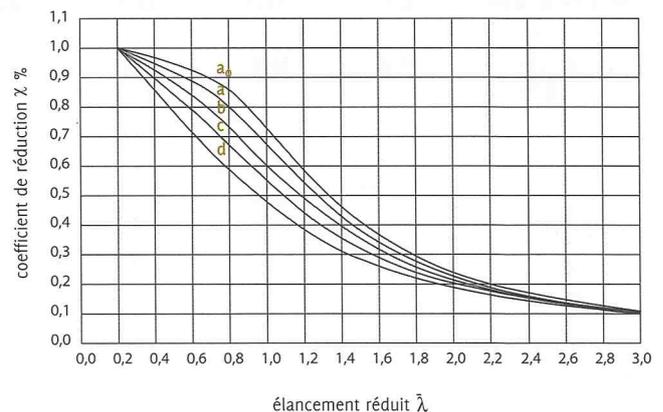
$$\text{où } i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} \quad \text{et} \quad i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}}$$

$L_{cr,y}, L_{cr,z}$ = les longueurs de flambement de l'élément selon les axes y et z.

i_y, i_z = les rayons de giration selon les axes y et z.

Tableau 12
CHOIX DE LA COURBE DE FLAMBEMENT POUR UNE SECTION TRANSVERSALE

Section transversale	Limites	Flambements selon l'axe	Courbe de flambement	
			S235 S275 S355 S420	S460
Sections en I laminées 	$t_f \leq 40$ mm	y - y	a	a ₀
		z - z	b	a ₀
	$40 \text{ mm} < t_f \leq 100$	y - y	b	a
		z - z	c	a
$t_f \leq 100$ mm	y - y	b	a	
	z - z	c	a	
$t_f > 100$ mm	y - y	d	c	
	z - z	d	c	
Sections en I soudées 	$t_f \leq 40$ mm	y - y	b	b
	z - z	c	c	
$t_f > 40$ mm	y - y	c	c	
	z - z	d	d	
Sections creuses 	Finies à chaud	Quelconque	a	a ₀
	Formées à froid	Quelconque	c	c
Sections en caissons soudées 	En général (sauf comme indiqué ci-dessous)	Quelconque	b	b
	Soudures épaisses : a > 0,54 b/t _f < 30 h/t _w < 30	Quelconque	c	c
Sections en U, T et pleines 		Quelconque	c	c
Sections en L 		Quelconque	b	b



Courbes de flambement

Tableau 13

COEFFICIENT RÉDUCTEUR χ EN FONCTION DE L'ÉLANCEMENT RÉDUIT $\bar{\lambda}$

$\bar{\lambda}$	a ₀	a	b	c	d
0,2	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
0,3	0,9859	0,9775	0,9641	0,9491	0,9235
0,4	0,9701	0,9528	0,9261	0,8973	0,8504
0,5	0,9513	0,9243	0,8842	0,8430	0,7793
0,6	0,9276	0,8900	0,8371	0,7854	0,7100
0,7	0,8961	0,8477	0,7837	0,7247	0,6431
0,8	0,8533	0,7957	0,7245	0,6622	0,5797
0,9	0,7961	0,7339	0,6612	0,5998	0,5208
1,0	0,7253	0,6656	0,5970	0,5399	0,4671
1,1	0,6482	0,5960	0,5352	0,4842	0,4189
1,2	0,5732	0,5300	0,4781	0,4338	0,3762
1,3	0,5053	0,4703	0,4269	0,3888	0,3385
1,4	0,4461	0,4179	0,3817	0,3492	0,3055
1,5	0,3953	0,3724	0,3422	0,3145	0,2766
1,6	0,3520	0,3332	0,3079	0,2842	0,2512
1,7	0,3150	0,2994	0,2781	0,2577	0,2289
1,8	0,2833	0,2702	0,2521	0,2345	0,2093
1,9	0,2559	0,2449	0,2294	0,2141	0,1920
2,0	0,2323	0,2229	0,2095	0,1962	0,1766
2,1	0,2117	0,2036	0,1920	0,1803	0,1630
2,2	0,1937	0,1867	0,1765	0,1662	0,1508
2,3	0,1779	0,1717	0,1628	0,1537	0,1399
2,4	0,1639	0,1585	0,1506	0,1425	0,1302
2,5	0,1515	0,1467	0,1397	0,1325	0,1214
2,6	0,1404	0,1362	0,1299	0,1234	0,1134
2,7	0,1305	0,1267	0,1211	0,1153	0,1062
2,8	0,1216	0,1182	0,1132	0,1079	0,0997
2,9	0,1136	0,1105	0,1060	0,1012	0,0937
3,0	0,1063	0,1036	0,0994	0,0951	0,0882

λ_1 = élanement d'Euler
(l'élanement limite élastique),
cf. tableau 14.

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9 \varepsilon$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

La longueur de flambement L_{cr} est une longueur fictive et conventionnelle.

Elle correspond à la longueur de la barre bi-articulée qui posséderait la même capacité portante que l'élément réel considéré. Elle peut être prise égale à la distance entre les points d'inflexion de la déformée de flambement de l'élément comprimé.

Tableau 14

VALEUR D'ÉLANCEMENT D'EULER λ_1

Nuance d'acier	S235	S275	S355	S420	S460
$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	93,91	86,81	76,41	70,25	67,12

La figure 29 indique la longueur de flambement d'une barre comprimée pour différentes conditions d'appui.

Il est intéressant de relever que le moyen le plus économique pour augmenter la résistance au flambement d'une barre comprimée est généralement de diminuer sa longueur de flambement, en disposant des appuis intermédiaires, plutôt que de modifier ses conditions d'appui. Notons que la force que doit reprendre un appui intermédiaire pour constituer un point fixe est très faible : elle est de l'ordre de 1 % de l'effort de compression sollicitant la barre.

Dans le tableau 13 page 40 on trouve la valeur de χ pour l'élongement réduit $\bar{\lambda}$ à partir de la courbe de flambement concernée. Le calcul de résistance d'un profil au flambement est toujours un calcul de vérification. Il faut donc choisir un profil. Pour cela, on peut rechercher la section que ce profil devrait avoir s'il était soumis à un effort de compression simple. En multipliant ce résultat par 2 ou 3, on est en général tout près du bon choix.

VÉRIFICATION AUX ELU

1. Déterminer pour l'élément considéré, l'effort de compression de calcul N_{Ed} à partir de l'analyse globale de la structure.

2. Sélectionner une section (forme, dimensions $A I_y I_z i_y i_z$) et une nuance d'acier ($S...$, f_y)

3. Résistance de l'élément au flambement :

$$N_{b,Rd} = \begin{cases} N_{by,Rd} = \frac{\chi_y A f_y}{\gamma_{M1}} \\ N_{bz,Rd} = \frac{\chi_z A f_y}{\gamma_{M1}} \end{cases}$$

4. Déterminer la longueur de flambement L_{cr} de l'élément pour chaque plan $L_{cr,y}$ $L_{cr,z}$

5. Calculer les élongements de l'élément

$$\lambda_y = \frac{L_{cr,y}}{i_y} \quad \lambda_z = \frac{L_{cr,z}}{i_z}$$

6. Déterminer l'élongement d'Euler

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

pour la nuance d'acier choisie (voir tableau 14 p. 40)

7. Déterminer les élongements réduits de l'élément pour chaque plan

$$\bar{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_1} ; \bar{\lambda}_z = \frac{\lambda_z}{\lambda_1}$$

8. Sélectionner la courbe de flambement appropriée (tableau 12 p. 39) en fonction de la section transversale et la nuance d'acier

9. Déterminer le facteur de réduction χ pour chaque plan de flambement (tableau 13 p. 40)

10. Calculer la résistance de calcul $N_{b,Rd}$ de l'élément pour chaque plan de flambement

$$N_{by,Rd} = \frac{\chi_y \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}$$

$$N_{bz,Rd} = \frac{\chi_z \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}$$

11. Vérification $N_{Ed} \leq \min(N_{by,Rd} ; N_{bz,Rd})$

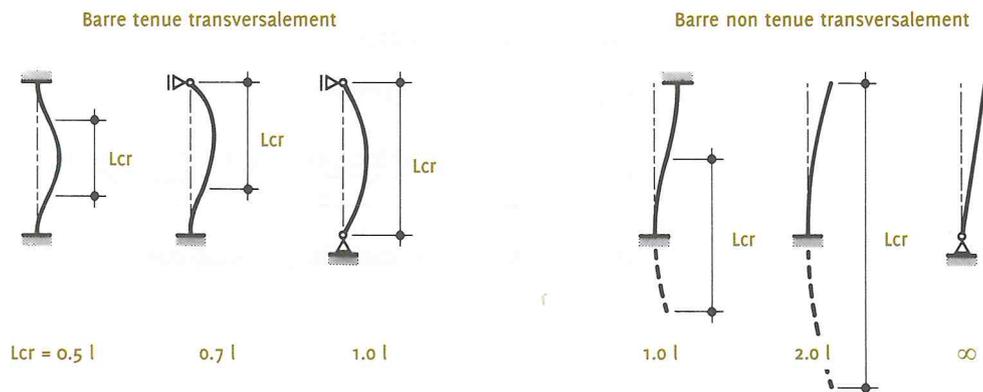


Fig. 29 : Cas limites des conditions d'appui : longueur de flambement d'une barre comprimée

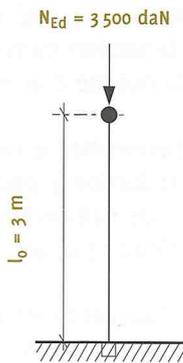


Fig. 30

EXEMPLE 1

Quel profil creux rond doit-on retenir pour supporter une charge ayant une valeur de calcul (ELU) $N_{Ed} = 3\,500$ daN ?

Ce profil a une longueur de 3 m et est encastré au sol et articulé en tête.

L'extrémité articulée est tenue dans les deux plans principaux. (fig. 30)

$N_{Ed} = 3\,500$ daN

$L_0 = 3$ m

Prédimensionnement

Profil creux rond S235 $f_y = 2\,350$ daN/cm²

$$A = \frac{N_{Ed} \cdot \gamma_{M0}}{f_y} = \frac{3\,500 \times 1,0}{2\,350} = 1,49 \text{ cm}^2$$

Section probable $3 \times 1,49 = 4,47$ cm²

On choisit un profil creux $\varnothing 48,3 \times 3,2$

$A = 4,53$ cm² $I_y = I_z = 11,59$ cm⁴

$i_y = i_z = 1,60$ cm

Longueur de flambement. Pour une barre encastrée à une extrémité et articulée et non déplaçable dans les deux plans :

$$L_{cr,y} = L_{cr,z} = 0,7 \times 3,0 \text{ m} = 2,1 \text{ m} = 210 \text{ cm}$$

$$\text{L'élanement : } \lambda_y = \lambda_z = \frac{L_{cr}}{i} = \frac{210}{1,60} = 131$$

L'élanement élastique : $\lambda_1 = 93,9$

$$\text{L'élanement réduit : } \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1} = \frac{131}{93,9} = 1,40$$

Pour un profil creux rond fini à chaud, la courbe de flambement est la courbe a (cf. tableau 12 p. 39).

Facteur de réduction χ (courbe a, $\bar{\lambda}$, tableau 13 p. 40):

pour $\bar{\lambda} = 1,40$ $\chi = 0,4179$

Résistance de calcul de l'élément :

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,418 \times 4,53 \times 2\,350}{1,0} = 4\,449 \text{ daN}$$

Vérification $N_{Ed} = 3\,500$ daN $< N_{b,Rd} = 4\,449$ daN

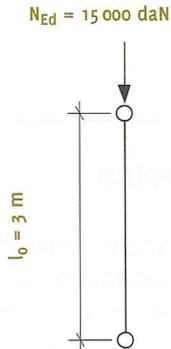


Fig. 31

EXEMPLE 2

Quel profil HEA doit-on retenir pour supporter une charge ayant une valeur de calcul ELU $N_{Ed} = 15\,000 \text{ daN}$?

Ce profil a une longueur de 3 m et ses extrémités sont articulées et sans déplacement (fig. 31).

$N_{Ed} = 15\,000 \text{ daN}$

Prédimensionnement

Profil HEA en S235 $f_y = 2\,350 \text{ daN/cm}^2$

$$A = \frac{N_{Ed} \cdot \gamma_{Mo}}{f_y} = \frac{15\,000 \times 1,0}{2\,350} = 6,38 \text{ cm}^2$$

Section probable : $3 \times 6,38 \text{ cm}^2 = 19,14 \text{ cm}^2$

On choisit HEA 100 $A = 21,2 \text{ cm}^2$ $I_y = 349 \text{ cm}^4$ $I_z = 134 \text{ cm}^4$
 $i_y = 4,06 \text{ cm}$ $i_z = 2,51 \text{ cm}$

Longueur de flambement $L_{cr,y} = L_{cr,z} = L_{cr} = 300 \text{ cm}$

Élancements : $\lambda_y = \frac{300}{4,06} = 73,9$; $\lambda_z = \frac{300}{2,51} = 119,5$

$\lambda_1 = 93,9$

$\bar{\lambda}_y = \frac{73,9}{93,9} = 0,79$; $\bar{\lambda}_z = \frac{119,52}{93,9} = 1,27$

Courbe de flambement (tableau p. 39):

$\frac{h}{b} = \frac{96}{100} = 0,96 < 1,2$; acier S235 et $t_f < 100 \text{ mm}$

Pour l'axe y - y: courbe b
 z - z: courbe c

Facteurs de réduction (tableau 13 p. 40)

- par rapport à l'axe y - y: courbe b $\bar{\lambda}_y = 0,79$ $\chi_y = 0,72$
- par rapport à l'axe z - z: courbe c $\bar{\lambda}_z = 1,27$ $\chi_z = 0,39$

Résistance de calcul de l'élément:

$$N_{by,Rd} = \frac{\chi_y \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,72 \times 21,2 \times 2\,350}{1,0} = 35\,870 \text{ daN}$$

$$N_{bz,Rd} = \frac{\chi_z \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,39 \times 21,2 \times 2\,350}{1,0} = 19\,430 \text{ daN}$$

Et $N_{b,Rd} = \text{Mini}(N_{by,Rd}, N_{bz,Rd}) = 19\,430 \text{ daN}$

Vérification

$N_{Ed} = 15\,000 \text{ daN} < N_{b,Rd} = 19\,430 \text{ daN}$

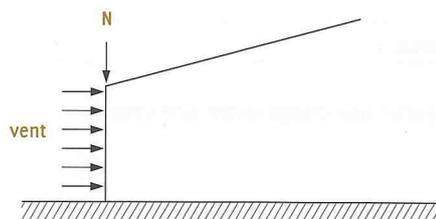


Fig. 32: Schéma de compression avec flexion

Compression avec flexion

La figure 32 illustre un cas de compression avec flexion : un poteau reçoit une charge verticale apportée par la toiture et un effort horizontal dû au vent.

Le calcul exact est assez délicat et sort du cadre de ce guide.

Toutefois, une formule enveloppe qui place toujours en sécurité permet de vérifier la résistance d'un profil qui serait soumis à ces deux efforts sans risque de flambement.

Dans le domaine élastique, il convient que la contrainte longitudinale maximale (due au moment et à l'effort normal) satisfasse le critère suivant :

$$\sigma_{x,Ed} \leq \frac{f_y}{\gamma_{Mo}}$$

On peut remplacer cette inégalité par le critère suivant :

$$\frac{\left(\frac{N_{Ed}}{A \cdot f_y}\right)}{\gamma_{Mo}} + \frac{\left(\frac{M_{y,Ed}}{W_{el,y} \cdot f_y}\right)}{\gamma_{Mo}} \leq 1$$

N_{Ed} = valeur de calcul de l'effort normal

$M_{y,Ed}$ = valeur de calcul du moment fléchissant par rapport à l'axe y-y

A = aire de la section transversale

$W_{el,y}$ = module élastique par rapport à l'axe y-y.

Torsion

Dans une construction, les barres sont rarement soumises à des efforts de torsion. Cependant, le cas particulier des poteaux supportant en tête une enseigne peut se présenter.

Le calcul est ici aussi un peu délicat. Le tableau ci-dessous indique le profil creux rond ou carré à choisir compte tenu de la hauteur du poteau.

Nous n'avons retenu que les profils creux ronds et carrés car ce sont les profils les plus aptes, et de très loin, à supporter des efforts de torsion. C'est donc la solution la plus performante et la plus économique.

Vent = région 3, site normal	Hauteur	Profils creux ronds		Profils creux carrés	
		Dimensions	Flèche en tête	Dimensions	Flèche en tête
	3 m	139,7 x 4	3,55 cm	120 x 4	3,85 cm
	4 m	168,3 x 3,6	4,92 cm	150 x 4	4,68 cm
	5 m	219,1 x 3,6	4,30 cm	180 x 5	4,45 cm
	6 m	273 x 3,6	3,96 cm	200 x 5	5,83 cm